

Hierarchisches räumliches Schließen - Allgemeine Prinzipien

Adrijana Car und Andrew U. Frank*
{car, frank}@geoinfo.tuwien.ac.at

Abstrakt

Menschen verwenden Hierarchien, um konzeptionelle Modelle der Realität zu vereinfachen und damit die gestellten Aufgaben effizienter durchführen zu können. Dabei wird der Raum hierarchisch strukturiert. Dies erleichtert die Durchführung komplexer Aufgaben mit sehr großen Datenbeständen. Eine der wichtigsten Forschungsfragen im Bereich des Räumlichen Schließens ist das Verständnis, wie kognitive räumliche Strukturen gestaltet sind und verwendet werden.

Hierarchisches räumliches Schließen ist jeder Inferenzprozeß über den Raum, welcher die Hierarchie zur Unterteilung der Aufgabe oder des Raumes anwendet. Dazu braucht man:

1. eine hierarchische Struktur des Raumes,
2. eine Anzahl von Regeln, welche aussagen, wie die Struktur zum Schließen verwendet wird, insbesondere wann und wie zwischen den Ebenen gewechselt wird,
3. einen Vergleich der "Korrektheit" von Resultaten und der Effizienz der hierarchischen Strukturierung mit der nicht-hierarchischen Methode.

Diese Komponenten stellen die Grundprinzipien des hierarchischen räumlichen Schließens dar.

Im besonderen wird hier die Wegesuche in großen Straßennetzen als Spezialfall untersucht. Ziel dieser Studie ist es, durch Formalisierung von großen Straßennetzen ein konzeptionelles Modell der Hierarchie für den Raum und dafür einen effizienten Algorithmus zur Wegesuche abzuleiten und Heuristiken für das räumliche Schließen festzulegen. Methoden und Resultate ergeben die den Heuristiken zugrunde liegende Theorie. Es ist zu erwarten, daß ihre Anwendung in Automobilnavigationssystemen eine effektive Wegesuche in großen Straßennetzen ermöglicht.

1. Einführung

Menschen sind in der Lage, den Raum unterschiedlich zu organisieren und zu strukturieren, um das räumliche Schließen zu vereinfachen. Es gibt eine ganze Reihe von Aufgaben, die der Mensch durch räumliche Inferenzprozesse schnell und effizient lösen kann (z.B. Orientierung und Bewegung im Raum mit Hilfe von Richtungs-, Orts-, Bewegungs- und Entfernungsinformation). Im Gegensatz dazu können solche Problemstellungen mit Computern schlecht oder gar nicht gelöst werden. Eine solche Aufgabe stellt die Wegesuche in großen Straßennetzen dar. Es gibt Studien, die zeigen, daß Menschen in solchen Situationen neben anderen Hilfsmitteln hierarchische Strukturen verwenden. Dabei wird der Raum hierarchisch strukturiert, und die Durchführung komplexer Aufgaben mit sehr großen Datenbeständen wird erleichtert. Die konzeptionelle Hierarchisierung des Raumes zu verstehen, ist heute eine der wichtigsten Forschungsfragen in der Theorie räumlicher Informationen. Golledge (1992) betonte die Notwendigkeit

"... to examine the concept of spatial hierarchy, to identify how such hierarchies are formed and used by people to store and recall spatial information ..."

als eines der Ziele des großen Forschungsprojektes über die Komponenten des räumlichen Wissens, um

"... geographic terms and concepts needed in cognitive mapping and GIS development and use ..."
(1992, p.1).

verstehen zu können.

* Abteilung Geoinformation und Landesvermessung, Technische Universität Wien, Gußhausstr. 27-29, A-1040 Wien

Hierarchisches räumliches Schließen ist nur ein Spezialfall der hierarchischen Datenstrukturen und Algorithmen (Wirth, 1976) und gehört zu den "divide and conquer" Strategien. Ein Problem wird hierarchisch strukturiert. Der Detaillierungsgrad steigt auf jeder niedrigeren Ebene. Die Lösung wird sukzessive in detaillierteren Ebenen gesucht. Der größte Teil des Datenbestandes, welcher für das Problem irrelevant ist, muß nicht untersucht werden. Die Ausführung wird durch die Konzentration der Suche nach den relevanten Daten beschleunigt (im Gegensatz zu anderen hierarchischen Methoden, wo die Unterteilung nur zur konzeptionellen Simplifizierung dient, beispielsweise, tree walk oder merge sort (Wirth, 1976, p.81)).

Es gibt Studien, die aufzeigen, daß Menschen eine in mehreren Ebenen organisierte Abstraktion des Raumes verwenden (Hirtle and Jonides, 1985; Palmer, 1977; Stevens and Coupe, 1978). Experimentelle Beobachtungen weisen darauf hin, daß es sich um das hierarchische räumliche Schließen handelt. Modelle dafür sind nicht genügend detailliert beschrieben, um für ein GIS ausprogrammiert werden zu können. Das Hindernis ist unzureichende oder nicht implementierbare Formalisierung menschlicher Repräsentation des räumlichen Wissens. Forschung in diesem Bereich ist daher wichtig und notwendig. Resultate bisheriger Forschung sind u.a. in (Frank and Campari, 1993; Frank, I. Campari, and Formentini, 1992; Freksa and Habel, 1990; Mark and Frank, 1991) zu finden.

In diesem Beitrag stellen wir die Grundprinzipien des hierarchischen räumlichen Schließens dar. Die Methodik basiert auf folgenden 3 Komponenten:

1. eine hierarchische Struktur des Raumes, welche zeigt, wie die Ebenen zusammengesetzt und miteinander verbunden sind,
2. eine Anzahl von Regeln, welche aussagen, wie die Struktur zum Schließen verwendet wird, insbesondere wann und wie zwischen den Ebenen gewechselt wird, und
3. ein Vergleich der "Korrektheit" von Resultaten und der Effizienz der hierarchischen Strukturierung mit der nicht-hierarchischen Methode.

Hierarchisierung wird zur Strukturierung von Wissen über den Problembereich verwendet. Es ist die primäre Methode die Komplexität der realen Welt zu reduzieren. Hierarchisches Strukturieren kann die Aufgabe von einer sehr allgemeinen Definition bis zur bestimmten, einzelnen Teilaufgabe verfeinern. Dies führt zu einer hierarchischen Struktur, wo sich Objekte verschiedenen Typs auf verschiedenen Ebenen befinden. Dies entspricht der Idee von der *Ebenen-spezifischen* hierarchischen Struktur im Sinne von Freksa (1991) wie sie, z.B. auf die Wegesuche in (Timpf *et al.*, 1992) angewandt wurde. Wir untersuchen hier die *Ebenen-unabhängige* hierarchische Struktur, wobei Objekte und Operationen auf jeder Ebene die gleichen sind, und der einzige Unterschied ist der Grad der Auflösung zwischen den Ebenen.

Die Grundprinzipien des hierarchischen räumlichen Schließens sind am Beispiel Wegesuche untersucht worden. Sie führen zu einem Algorithmus für die Wegesuche, welcher dort anwendbar ist, wo die Standard-Graphenalgorithmus für den schnellsten Weg ineffizient werden (Kuipers, 1983; Kuipers, 1992; Stücklberger and Wieser, 1993). Methoden und Resultate ergeben die den Heuristiken zugrunde liegende Theorie. Es ist zu erwarten, daß ihre Anwendung in Automobilnavigationssystemen eine effektive Wegesuche in großen Straßennetzen ermöglicht.

Der Beitrag ist wie folgt strukturiert: Ein Überblick über die relevante Literatur ist im Kapitel 2 gegeben. Kapitel 3 schildert den Zugang zum generellen Problem der Hierarchien. Die Grundprinzipien des hierarchischen räumlichen Schließens sind im Kapitel 4 präsentiert. Kapitel 5 beschreibt die Fallstudie: Wegesuche in großen Straßennetzen mit der zur Grunde liegenden Theorie zu Graphen (Graphenbeschreibung), Künstlicher Intelligenz (A* Suchalgorithmus) und Physik. Es führt die Ontologie für den nicht-hierarchischen und hierarchischen Fall ein, und analysiert die Wegesuche in beiden Fällen. Der hierarchische Algorithmus und die unterliegenden Heuristiken sind im Kapitel 6 beschrieben. Der Vergleich der Resultate bezüglich Korrektheit und Abschätzung der Ausführung sind im Kapitel 7 gegeben. Kapitel 8 beinhaltet die Zusammenfassung.

2. Überblick über die relevante Literatur

Geographen untersuchten hierarchische Strukturen im Raum, und wie diese durch verschiedene Prozesse erstellt werden. Eine der wesentlichen Arbeiten in diesem Bereich ist von Christaller (1950), der zeigte, daß Prozesse in verschiedenen Radien eine regelmäßige hierarchische Struktur produzieren können.

Mehrere Studien im Bereich Kognitive Psychologie weisen auf die hierarchische Organisation des räumlichen Wissens hin: in die Repräsentation von Perzeption (Palmer, 1977); bei der Analyse von Verzerrungen der Abschätzung räumlicher Beziehungen, verursacht durch die hierarchische Organisation geographischer Informationen im menschlichem Gedächtnis (Stevens and Coupe, 1978); bei kognitiven Karten und bei der Speicherung räumlicher Sachverhalte (Hirtle and Heidorn, 1992; Hirtle and Hudson, 1991; Hirtle and Jonides, 1985).

Kognitionswissenschaften haben einen wesentlichen Beitrag zur Forschung räumlicher Beziehungen inklusive Elemente räumlicher Hierarchisierung geleistet. Kuipers entwickelte das TOUR-Modell, welches auf der *semantischen Hierarchie* (sensorimotorische, prozedurale, topologische und metrische Ebene) zur Beschreibung des 'large-scale space' aufbaut. Das Modell unterstützt robustes Lernen von Karten und Navigation bei Robotern (Kuipers, 1978; Kuipers and Levitt, 1988; Kuipers *et al.*, 1993; Kuipers and Byun, 1991).

Gopal entwickelte ein formales Modell des räumlichen Lernens für Navigation. Das NAVIGATOR-Modell repräsentiert die Komponenten menschlicher Informationsbearbeitung, wie sie moderne Psychologie in Forschung und Theorie definiert hat (Gopal, 1988; Gopal, Klatzky, and Smith, 1989; Gopal and Smith, 1990). Gotts (1992) gab einen Überblick über mögliche Strategien der menschlichen Wegesuche in Straßennetzen und der Routenauswahl von Straßenbenutzern. Er betrachtet hierarchische Struktur als eine Methode zur Reduktion kognitiver Komplexität.

Timpf (1992) entwickelte ein kognitives Modell zur Autobahnnavigation als eine Mehr-Ebenen-Abstraktion (Planungs-, Instruktions- und Fahrtebene). Maaß (1993) definiert die Segmentärhierarchie als Basis für die multimodale, inkrementelle Routenbeschreibung, die aus der Wegesuche, ihrer Präsentation und eines Kontrollprozesses besteht. Die in diesem Beitrag dargestellte Vorgehensweise ist zur Vorgehensweise von Timpf und Maaß komplementär. Sie sollen für praktische Anwendungen kombiniert werden (siehe auch (Smyth, 1993)).

3. Zugang zum Problem

Hierarchisches räumliches Schließen ist jeder Inferenzprozeß im Raum, welcher die Hierarchie zur Unterteilung der *Aufgabe* oder des *Raumes* anwendet. Studien zur hierarchischen Unterteilung von Aufgaben sind häufiger (z.B. die Ebenen der Autobahnnavigation von Timpf oder die semantische Hierarchie von Kuipers, siehe Kap. 2). Dieser Beitrag setzt sich mit der *Hierarchie des Raumes* (räumliche Hierarchie) auseinander.

Die räumliche Hierarchie ist *Ebenen-unabhängig*: Ihre Struktur (das heißt, Objekte, ihre Beziehungen und entsprechende Operationen), bleibt unverändert, egal auf welcher Hierarchieebene man sich befindet. Sie bezieht sich auf die einzelne Aufgabe, welche mit Hilfe der Unterteilung des Raumes gelöst wird. Ein spezieller Fall, der gleichzeitig auch ein gutes Beispiel darstellt, ist die Wegesuche. Konkret geht es hier um die Suche nach dem schnellsten Weg zwischen zwei Punkten in einem hierarchisch strukturierten Straßennetz, wobei die Unterteilung des Netzes durch Klassifizierung nach Straßenkategorien erfolgt (z.B. Autobahn, Hauptstraße, Nebenstraße) und nicht nach der Unterteilung in verschiedene Fahraufgaben (wie z.B. die Planung, Fahrinstruktionen und Fahrt selbst bei Timpf (Timpf *et al.*, 1992)).

Unsere Vorgehensweise bei der Repräsentation des zum hierarchischen räumlichen Schließens notwendigen Wissens, speziell für die Wegesuche, baut auf folgenden kognitiven Annahmen auf (siehe auch (Car, 1993; Car and Frank, 1993)):

1. Menschen teilen große Straßennetze hierarchisch auf;
2. Der Detaillierungsgrad nimmt in jeder niedrigeren Ebene zu;
3. Der durch hierarchisches Schließen gefundene Weg ist (nahezu) optimal
(falls die Hierarchieebenen nach der zu erwartenden Fahrgeschwindigkeit definiert wurden);
4. Wegesuche findet in kleinen Subnetzen statt.

Wir wollen die Grundprinzipien anhand von Beobachtungen einer bestimmten Aufgabe (Wegesuche) ableiten und sie somit allgemein anwendbar zu machen. Die Suche nach dem schnellsten Weg in einem Straßennetz entspricht dem mathematischen Problem der Wegesuche in einem gewichteten Graphen. Algorithmen zur Suche nach dem schnellsten Weg in einem regulären (nicht-hierarchischen) Graph sind bekannt. Das Ziel dieser Arbeit ist es, die Methode durch Einführung einer hierarchischen Struktur für den Raum zu verbessern und die allgemeinen Prinzipien dieser Transformation herauszufinden.

4. Allgemeine Prinzipien des hierarchischen räumlichen Schließens

Man nehme an, daß der Algorithmus zur Lösung eines räumlichen Problems vorgegeben ist. Das Ziel ist es, den Raum und in der Folge den ganzen Datensatz, auf den der Algorithmus angewandt ist, hierarchisch so zu unterteilen, daß dasselbe Resultat erreicht wird, aber viel ökonomischer, da kleinere (Sub-)Datensätze bearbeitet wurden und nicht der ganze Datenbestand. Um einen *hierarchischen räumlichen Algorithmus* zu spezifizieren, müssen folgende drei Punkte erklärt werden:

1. eine *hierarchische Struktur* und eine Methode zur Transformation des nicht-hierarchischen Raumes in einen äquivalenten hierarchisch organisierten Raum,
2. eine *Regel*, die aussagt, wie über diese Struktur zu schließen ist, das heißt, wie kann man zwischen den Hierarchieebenen schalten, und
3. der *Vergleich* der Korrektheit von Resultaten und der Effizienz der Ausführung.

Wir werden jedes dieser Prinzipien detaillierter beschreiben und sie anhand des Beispiels der Suche nach dem schnellsten Weg in großen Straßennetzen veranschaulichen.

4.1. Hierarchische Struktur

Eine hierarchische Struktur organisiert räumliche Objekte in Gruppen, sodaß jede Gruppe dieselbe Struktur aufweist, aus den Objekten gleichen Typs besteht und die gleichen Operationen zuläßt. Submengen von Daten sind oft die Unterteilungen des vorgegebenen (gesamten) Datensatzes, wie z.B. politische Unterteilungen eines Gebiets, wobei jede Unterteilung Objekte vom gleichen Typ beinhaltet (nämlich ein weiteres, gleich strukturiertes Gebiet); dies ist im Grunde genommen das von Christaller vorgeschlagene Raummodell (Christaller, 1950).

Mit den wenigen geometrische Primitiven (0-, 1-, 2- und 3-er Simplex) lassen sich nur wenige räumliche Hierarchien konstruieren. Manche Hierarchien bauen von unten nach oben auf (bottom up): aus einer Menge von Objekten in der Ebene i ist nur eine Submenge für die Ebene j selektiert (Objekte sind n -Simplexe gleicher Dimension in jeder Ebene). Wenn wir 'oben' anfangen, gibt es Hierarchien, wo ein n -Simplex in der Ebene i in mehrere n -Simplexe in der Ebene $i+1$ zerteilt wird. Zu solchen Hierarchien gehört die Struktur des Raumes, die von der Theorie der zentralen Orte vorgeschlagen wird, Quadtree (Samet, 1984) oder hierarchisches irreguläres Triangulierungsnetz (De Floriani and Puppo, 1992).

4.2. Regeln für das hierarchische räumliche Schließen

Falls ein Algorithmus, der für eine nicht-hierarchische Datenmenge definiert wurde, auf eine hierarchisch strukturierte Datenmenge angewendet wird, sollte es Regeln geben, die aussagen, auf welchen Teil der Datenmenge der Algorithmus anzuwenden ist, und wie die 'Umschaltung' zwischen den Ebenen erfolgen soll. Bedingungen, unter welchen eine höhere oder niedrigere Ebene besucht wird, sollen klar gestellt werden. Die Regeln beeinflussen die Bearbeitungsweise einer Ebene, die sich damit auf die Anfangsbedingungen der nächsten Ebenen auswirken.

4.3. Vergleich von Resultaten

Hierarchisches Strukturieren des Wissens verursacht zusätzliche Kosten (z.B. Speicherplatz). Diese sollen durch effizientere Ausarbeitung kompensiert werden. Die Ausführung muß sowohl Rechenoperationen als auch Speicherplatzbedarf für die Daten berücksichtigen. Der hierarchische Algorithmus beschleunigt die Ausführung, da er nur einen Teil der gesamten Datenmenge bearbeitet. Die Resultate des hierarchischen Algorithmus und des nicht-hierarchischen Algorithmus müssen miteinander verglichen werden, und man kann anschließend feststellen, ob das Ergebnis korrekt ist. Es gibt Fälle, wo nur hierarchischer Algorithmus eingesetzt werden kann: z.B. wenn der Datensatz unvollständig ist, aber alle für den hierarchischen Algorithmus benötigte Daten vorhanden sind. Wegesuche ist ein solcher Fall und wird im folgenden Kapitel näher beschrieben.

5. Ein Beispiel: Wegesuche in großen Straßennetzen

Wir haben einen konkreten Fall studiert, um einen besseren Einblick in die allgemeine Problematik zu bekommen. Es handelt sich um die Bestimmung des schnellsten Weges in einem Straßennetz. Dies entspricht dem abstrakten Problem der Bestimmung des Weges mit minimalen Kosten in einem gewichteten Graph. In der Literatur ist die Existenz hierarchischer Strukturen bei der menschlichen Vorgehensweise ausführlich dokumentiert (Hirtle and Jonides, 1985; McNamara, James K. Hardy, and Hirtle, 1989; Palmer, 1977; Stevens and Coupe, 1978), und die Algorithmen für den nicht-hierarchischen Fall sind gut bekannt. Eine ziemlich abstrakte Formulierung wird verwendet, um das Problem 'greifbar' zu machen. Trotzdem hoffen wir, damit das Wesentliche abdecken zu können.

5.1. Nicht-hierarchischer Fall (Basis Fall)

Die Ontologie für das nicht-hierarchische Netz besteht aus folgenden Objekttypen: Knoten und Kanten. Ein *Knoten* ist jener Ort, an dem die Entscheidung über den weiteren Routenverlauf getroffen wird (*decision point* im Sinne des TOUR-Modells). Eine *Kante* verbindet jeweils zwei Knoten miteinander. Den Kanten sind Attribute wie Länge oder zu erwartende Fahrtgeschwindigkeit zugewiesen. Das Beispiel eines realen Straßennetzes ist in Abb. 1 gegeben.

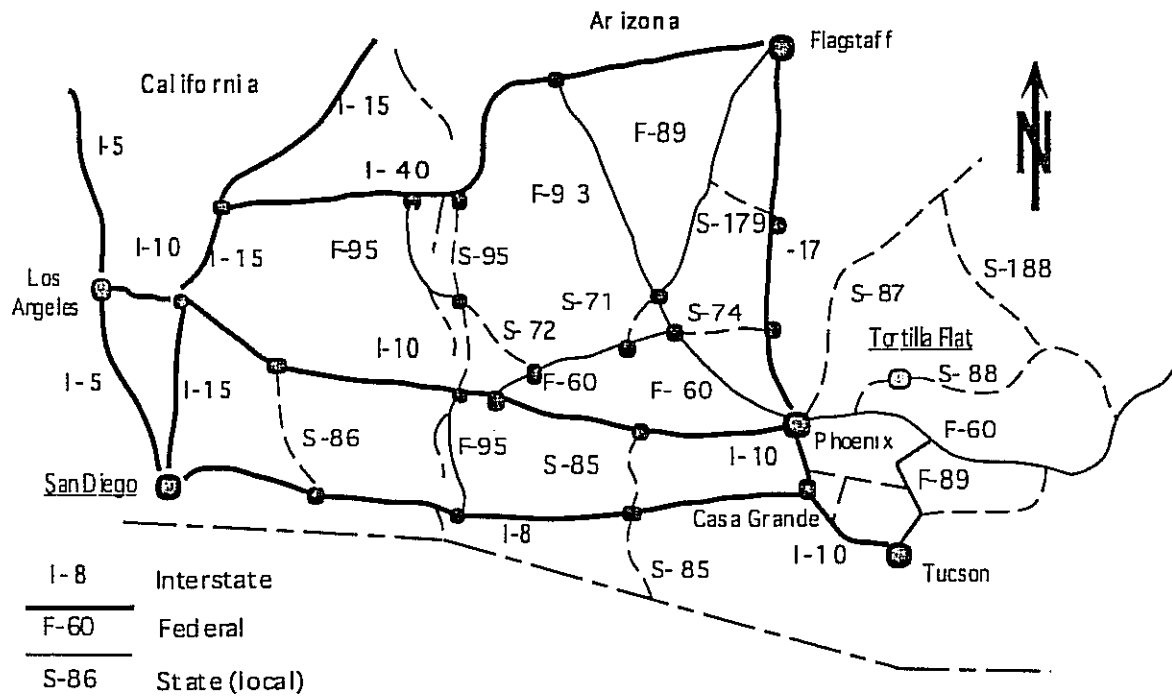


Abbildung 1: Realistisches Straßennetz

Realistische Straßennetze werden zu einem regelmäßigen Gitter mit dem Abstand d zwischen den Gitterknoten abstrahiert (Abb. 2). Das Gitter stellt eine ziemlich gute Approximation der Straßennetze dar (vgl. zum Straßennetz im mittleren Westen der USA). Dadurch können die analytischen Werkzeuge (u.a. Graphenalgorithmen) eingesetzt werden.

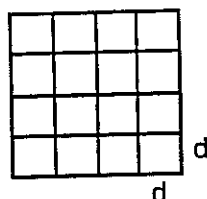


Abbildung 2: Regelmäßiges Gitter

Das Netz formt einen ungerichteten Graph. Der Graph ist in einen 2-dimensionalen Raum eingebettet (Gütting, 1991) und ist planar. Die raren Fälle, wo sich Straßen nicht auf der selben Ebene kreuzen, sind hier ausgeschlossen. An einem Knoten kann die Reise entlang jeder beliebigen adjazenten Kante und in jeder möglichen Richtung fortgesetzt werden, da Einschränkungen dieser Art keinerlei Einfluß auf die Grundprinzipien haben. Selbstverständlich müssen sie im detaillierten Algorithmus berücksichtigt werden. Die Einbettung verursacht einige Einschränkungen bei den Attributen (z.B. ev. Geschwindigkeit), welche hier nicht weiter untersucht werden.

5.2. Algorithmus für den nicht-hierarchischen Fall

Wegesuche in einem Straßennetz entspricht dem mathematischen Problem der Suche nach dem Weg mit minimalen Kosten in einem gewichteten Graph. In der Literatur sind Graphenalgorithmen, besonders jene über die Algorithmen zur Wegesuche, ausführlich bearbeitet (Gibbons, 1985; Gill, 1976; Perl, 1981; Sedgewick, 1983). Zahlreiche Applikationen sind bereits publiziert (Bartelme, 1991; Kuipers and Levitt, 1988; Lapalme et al., 1992; Stücklberger and Wieser, 1993; Wieser, 1992), um nur einige wenige zu erwähnen.

Dijkstra Algorithmus wird hier als fundamentaler Algorithmus verwendet. Seine Laufzeit beträgt im allgemeinen Fall $O(n^2)$, wobei n die Anzahl der Knoten im Graph ist (Dijkstra, 1959). Die Anzahl der zu besuchenden Knoten hängt von der Distanz s zwischen Start und Ziel $n=(s/d)^2$ ab. Doch die Gesamtzeit steigt mit der vierten Potenz $O(s^4)$ der Distanz zwischen Start und Ziel. Nachdem das reguläre Gitter als Abstraktion eines realen Straßennetzes verwendet wird, haben wir uns entschieden, die allgemeine Zeit $O(n^2)$ des Dijkstra Algorithmus zu verwenden. Wir sind uns bewußt, daß es bereits Verbesserungen dieser Zeit gibt, wie z.B. $O(n \log n)$ für schwach besetzte (Johnson, 1977) und $O(n(\log n)^{1/2})$ für planare Netze (Frederickson, 1987).

Einige bekannte Algorithmen, wie beispielsweise der A* Algorithmus, werden für Suchstrategien in der Künstlichen Intelligenz eingesetzt (Barr and Feigenbaum, 1981). Der A* Algorithmus expandiert den Startknoten. Die *Schätzfunktion* (estimation function) ist für die Auswahl des zu expandierenden Knotens verantwortlich. Diese muß immer positiv sein und darf nicht jene Kosten überschreiten, welche notwendig waren, um das Ziel vom vorher bewerteten Knoten zu erreichen. Diese Vorgehensweise kann oft die Anzahl der Operationen verringern, das heißt, den Suchbereich verkleinern (Erwig, 1994) (vgl. best-first search oder heuristische Suche). Dies entspricht zu einem bestimmten Grad der Vorgehensweise, wie Menschen Probleme der Wegesuche lösen und ist daher auch für diese Untersuchung interessant. Die Ausführung von A* ist abhängig von der Qualität der Schätzfunktion. Sie variiert von $O((s/d)^2)$ im besten Fall bis $O((s/d)^4)$ im schlechtesten Fall. Der Dijkstra Algorithmus wird als Basis für den Vergleich von Resultaten verwendet.

5.3. Hierarchischer Fall

Eine hierarchische Struktur wird gebaut, indem eine Menge von untereinander verbundenen Kanten in einem Graph selektiert wird: sie repräsentiert einen Subgraph und formt gleichzeitig die nächst höhere Ebene. Dieser Prozeß kann mehrmals wiederholt werden und ergibt eine Mehr-Ebenen-Hierarchie. Die Selektion basiert auf der Klassifizierung von Straßen nach Straßenkategorien (z.B. Nebenstraße, Hauptstraße, Autobahn).

Die Ontologie für den hierarchischen Fall soll die Ontologie für den nicht-hierarchischen Fall beinhalten, damit der nicht-hierarchische Algorithmus in jedem einzelnen Subgraph und unabhängig von einander angewandt werden kann. Das Konzept von Knoten und Kanten wird um die *Hierarchieebenen* erweitert. Die Numerierung von Ebenen entspricht der Numerierung eines Baumes in der Informatik (Knuth, 1973, p.305): die Wurzel, welche der höchsten Ebene im Netz entspricht, ist die Ebene 0.

Kanten sind in Klassen aufgeteilt. Die niedrigere Ebene beinhaltet alle Kanten der betreffenden Ebene plus alle Kanten der Gittermasche in der nächst höheren Ebene (das heißt, alle Kanten, welche in beiden Ebenen zur Verfügung stehen). Ebenen sind in Subnetze, sog. Gittermaschen, unterteilt (Abb. 3). Gittermaschen sind durch die Kanten der nächst höheren Ebene begrenzt. Jede füllt genau eine Zelle in der nächst höheren Ebene aus.

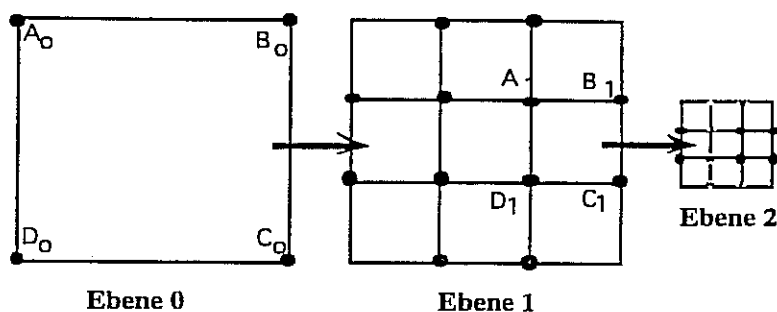


Abbildung 3: Netz unterteilt in Subnetze

Adjazente Ebenen haben gemeinsame Knoten. Diese Knoten sind Ein- bzw. Ausgänge in die höhere oder niedrigere Ebene. Großbuchstaben werden Knotennamen. Indizes weisen auf die Ebene, in welcher der Knoten berücksichtigt wird, hin. Die durch die Kanten der Klasse i verbundenen Knoten kann man in allen Ebenen unter der Ebene i finden.

In der Praxis sind Kanten mit Straßennamen oder Straßenklassifizierungsnummern versehen. Die Letzteren beruhen auf der zu erwartenden Fahrgeschwindigkeit, dem wichtigsten Argument in der Analyse der Korrektheit von Resultaten.

Das hierarchisch strukturierte regelmäßige Gitter (Abb. 4) wird zur Analyse der Ausführung und Korrektheit verwendet. Die Hierarchie läßt sich so ausdehnen, daß die höchste Ebene nur mehr aus einer einzigen Gittermasche besteht.

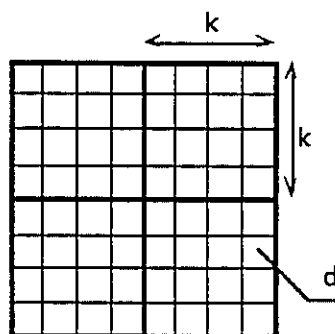


Abbildung 4: Hierarchisch strukturiertes regelmäßiges Gitter

Es wird angenommen, daß $d_i > d_{i+1}$, wobei d_i die Distanz zwischen den Gitterknoten in der Ebene i darstellt. Wir führen den *Quotienten der Gittermaschengrößen* k als Quotient zwischen den Distanzen in verschiedenen Ebenen $k = d_{i+1}/d_i$ ein. Eine Gittermasche in der Ebene i beinhaltet k^2 Gittermaschen der Ebene $i+1$. Dies bestimmt das 'Aussehen' des aus Gittermaschen bestehenden Baumes.

6. Regeln zur Anwendung von Hierarchie

Wir schlagen einen Algorithmus für die Suche nach dem Weg mit minimalen Kosten zwischen den Knoten A und B in einem hierarchisch strukturierten Graph vor. Es besteht aus dem nicht-hierarchischen Algorithmus und den Regeln für den Umgang mit der hierarchischen Struktur.

Gegeben sind die Knoten A_i und B_j , mit i und j als der höchsten Ebenen, in denen sich A und B befinden. Im Straßennetz wird der hierarchische Algorithmus in der höchsten Ebene eingesetzt, die sowohl A als auch B beinhaltet ($\min(i, j)$). Dieses Netz ist kleiner, und deswegen wird der Algorithmus schneller (vergleiche den hierarchischen und nicht-hierarchischen Weg in der Abb. 5). Die Lösungen sind (nahezu) in vielen realistischen Situationen korrekt. Pathologische Fälle, wo der hierarchische Algorithmus schlechte oder gar keine Resultate ergibt, kommen allerdings vor (dazu siehe in dem Kap.7.1).

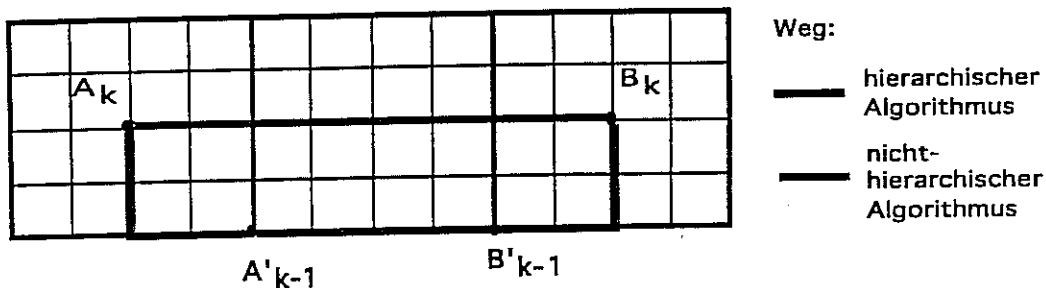


Abbildung 5: Wege bestimmt mit verschiedenen Algorithmen

Nehmen wir an, A_i und B_j sind Start und Ziel, und es gilt, daß $i < j$. Die Suche nach dem schnellsten Weg mit minimaler Fahrzeit aufgrund der den Kanten zugewiesenen Distanz und Fahrgeschwindigkeit ist folgende rekursive Prozedur (Abb.6):

Vorbereitungsschritt (A_i, B_j):

- Bestimme die Ebene k , auf welcher die Wegesuche beginnen muß.
Das ist die höchste Ebene, die A und B beinhaltet ($k = \min(i, j)$). Die höheren Ebenen des Straßennetzes sind nicht unbedingt mit A oder B verbunden.

Wegesuche (A_k, B_k):

- Bestimme die Gittermasche, in welcher sich A_k und B_k befinden.
 - Wenn diese zwei Gittermaschen benachbart oder durch genau eine Gittermasche getrennt sind, dann wende den nicht-hierarchischen Algorithmus auf die Union dieser (1-3) Gittermaschen an (siehe auch Kap.7.1),
sonst
finde den schnellsten Weg sowohl von A_k als auch von B_k zu den Knoten in der nächst höheren Ebene (falls $i < j$, A_i ist bereits der Knoten A_k in der nächst höheren Ebene, und nur B_k ist zu finden. Diese Knoten sind bereits Ein-/Ausfahrten in die Ebene $k-1$.)
- Wiederhole die Schritte 1-3 für Punkte A'_{k-1} und B'_{k-1} .

Verbesserung:

- Auf jeder Ebene l und für beide Punkte A_k und B_k
bestimme den ersten Punkt (Einfahrt), wo der Weg einen Knoten in der Gittermasche erreicht (normalerweise einer der Eckknoten).
Bestimme den schnellsten Weg vom gegebenen Punkt zur Einfahrt in diese Gittermasche.

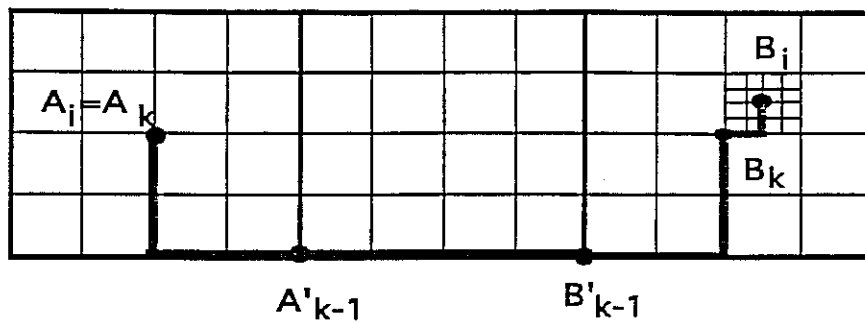


Abbildung 6.: Der Weg bestimmt mit dem hierarchischen Algorithmus

Die Rekursion ist beendet, wenn die höchste Ebene erreicht wird. Diese Ebene besteht aus einer einzigen Gittermasche, auf die der 'Wenn'-Teil vom 3. Schritt angewandt wird.

7. Vergleich von Resultaten

Hierarchische Strukturierung verursacht Kosten, aber trotzdem soll die Beschleunigung der Ausführung erreicht werden. Der hierarchische Algorithmus sorgt für diese Beschleunigung, indem er ein Minimum des gesamten Datenbestand bearbeitet. Wir werden zeigen, daß der Algorithmus dieselben Resultaten ergibt, wie der nicht-hierarchische Algorithmus, angewandt auf den ganzen Datensatz (das ist die niedrigste Ebene inklusive alle Kanten).

Der Vergleich aufgrund des geometrisch kürzesten Weges ist sinnlos, da dieser nur im gesamten Netz bestimmt werden kann. Für die Analyse werden zwecks Vereinfachung regelmäßige quadratische Gittermaschen und eine unendliche Anzahl von Hierarchieebenen verwendet. Der Vergleich berücksichtigt die Bestimmung des schnellsten Weges. Das ist jener Weg, für den die Summe der Fahrzeiten ein Minimum ist.

7.1. Korrektheit

Im schlechtesten Fall befinden sich Start und Ziel ungefähr in der Mitte der benachbarten Gittermaschen (wie in der Abb. 5). Der Algorithmus geht bis zum 3. Schritt und führt den 'Wenn'-Teil aus. Der gefundene Weg geht vom Start bzw. Ziel nach außen in Richtung Kanten der Gittermasche. Entlang dieser wird dann der schnellste Weg in der nächst höheren Ebene bestimmt. Die Länge des Weges zwischen Start und Ziel ist $1/2s$ in der Klasse i (s ist die Entfernung zwischen den Knoten in der nächst höheren Ebene) und $2s$ in der nächst niedrigeren. Die Gesamtlänge des Weges in der niedrigeren Ebene ist $2s$. Der 'hierarchische' Weg ist gleich schnell wie der 'nicht-hierarchische', wenn die Fahrt in der höheren Ebene doppelt so schnell ist, wie in der niedrigeren Ebene.

Wenn ein solches Verhalten nicht akzeptabel ist, sollen die Regeln so verändert werden, daß die Gittermaschen durch mindestens 2 weitere getrennt werden. Die Trennung durch 2 Gittermaschen ergibt 2-3 als guten Quotient. Die Trennung durch n Gittermaschen ergibt $(n+1)/n$ als Quotient der Fahrgeschwindigkeiten zwischen jeweils zwei Ebenen. Dies erklärt auch, warum ein Algorithmus, der die Nachbarmaschen benutzt, zu einfach ist: er findet den Weg, der immer länger ist, als die nicht-hierarchische Lösung. In wirklichen Straßennetzen ergeben die Quotienten zwischen 1.5 und 2.5 ziemlich realistische Fahrgeschwindigkeiten: 130km/h auf der Autobahn, 80km/h auf Bundesstraßen und 50km/h auf Nebenstraßen.

7.2. Ausführung

Der Dijkstra Algorithmus braucht im allgemeinen Fall $O(n^2)$ Schritte (n ist die Anzahl der Zellen im Netz), um den schnellsten Weg zwischen zwei Knoten zu finden und wird hier als Benchmark verwendet. Um einen Weg von der Länge m (gemessen an der Entfernung zwischen den Knoten) zu bestimmen, werden $O(m^4)$ Schritte gebraucht: die Suche findet in einem Subnetz mit Radius m statt, und hat m^2 Knoten.

Die Suche nach dem schnellsten Weg in einem 3-Gittermaschen-Netzwerk berücksichtigt $3k^2$ Knoten (k ist der Quotient der Kantenunterteilung) und braucht $O(k^4)$ Schritte. Die Kosten O bleiben konstant und unverändert für

jede weitere Ebene. Die Gesamtkosten betragen $O(l)$, wobei l die Anzahl der Ebenen und gleichzeitig der Rekursionsschritte ist. Die Anzahl der Rekursionsschritte steigt logarithmisch mit der Länge des Weges. Die Verbesserung zeigt sich durch die konstanten Kosten auf jeder Ebene. Die hierarchische Struktur hat uns geholfen, die Kosten der Ausführung von $O(m^4)$ in $O(\log_k m)$ zu konvertieren. Das ist wesentlich weniger für großes m (und für einen kurzen Weg geht der Algorithmus direkt auf die 'nicht-hierarchische' Lösung über).

8. Zusammenfassung

In diesem Beitrag haben wir uns mit den Methoden des räumlichen Schließens auseinandergesetzt, welche räumliche Hierarchien verwenden (nicht hierarchische Dekompositionen von Aufgaben), und bei denen Struktur und Organisation des räumlichen Wissens auf jeder Ebene gleich ist. Um den hierarchischen Algorithmus zu erklären, muß folgendes gegeben sein:

- eine hierarchische Struktur des Raumes mit den auf jeder Ebene gefundenen Objekten und Operationen, mit Kriterien, nach welchen die Objekte einzelnen Ebenen zugewiesen werden und mit Erklärungen, wie die Objekte auf einer Ebene mit den Objekten auf der anderen verbunden sind;
- eine Beschreibung des Algorithmus, die aussagt, auf welcher Ebene der Algorithmus eingesetzt wird, wie die Ergebnisse der Lösungen auf einer Ebene verwendet werden, wenn der Algorithmus auf die nächste übergeht etc., und
- ein Vergleich der Korrektheit von Resultaten mit den mit nicht-hierarchischem Algorithmus erreichten Resultaten, sowie eine Abschätzung der Verbesserung in der Ausführung.

Diese Komponenten stellen die Grundprinzipien des hierarchischen räumlichen Schließens dar. Wir haben sie am Beispiel der Wegesuche in großen Straßennetzen veranschaulicht. Die Ausführung des Algorithmus läßt sich relativ gut mit dem Standardalgorithmus vergleichen, der $O(n^4)$ Zeit braucht (n ist proportional zur Länge des gesuchten Weges), während der hierarchische Algorithmus die logarithmische Zeit braucht.

Im nächsten Schritt wird der Algorithmus implementiert. Abschließend soll die Ausführung auf realen Straßennetzen getestet werden.

Literatur

- Barr, A. and E. A. Feigenbaum, ed.: *The Handbook of Artificial Intelligence*. Vol. 1. Heuristech Press, Stanford, California and William Kaufmann, Inc., Los Altos, California, 1981.
- Bartelme, N.: "Datenmodelle für Netzwerk - Applikationen in GIS." Proceedings of the *GIS und Kartographie - Theoretische Grundlagen und Zukunftsaspekte in Vienna, Austria*, 1991.
- Car, A.: "Hierarchisches Straßennetz - Konzept für effiziente Wegesuche." Proceedings of the *Grazer Geoinformatiktage '93 in Graz, Austria*, 22.-23.04.1993, ed. Bartelme, N., 1993.
- Car, A. and A. U. Frank: "Hierarchical Street Networks as a Conceptual Model for Efficient Way Finding." Proceedings of the *EGIS'93 in Genova, Italy*, 134-139, 1993.
- Christaller, W.: *Das Grundgerüst der räumlichen Ordnung in Europa: die Systeme der europaeischen zentralen Orte*. Vol. 24. Frankfurter geographische Hefte, Frankfurt am Main: Kramer, 1950.
- De Florian, L. and E. Puppo: "A Hierarchical Triangle-Based Model for Terrain Description." In *Theories and Methods of Spatio-Temporal Reasoning in Geographic Space*, ed. Frank, A. U., I. Campari, and U. Formentini. 236-251. Heidelberg-Berlin: Springer Verlag, 1992.
- Dijkstra, E. W.: "A note on two problems in connection with graphs." *Numerische Mathematik* (1, 1959): 269-271.
- Erwig, M.: "Graphs in Spatial Databases." Doctoral thesis, Fernuniversität Hagen, 1994.
- Frank, A. U. and I. Campari, ed.: *Spatial Information Theory. A Theoretical Basis for GIS*. Lecture Notes in Computer Science, 716. Berlin Heidelberg: Springer Verlag, 1993.
- Frank, A. U., I. Campari, and U. Formentini, ed.: *Theories and Methods of Spatio-Temporal Reasoning in Geographic Space*. Lecture Notes in Computer Science, 639. Berlin: Springer Verlag, 1992.
- Frederickson, G. N.: "Fast Algorithms for Shortest Paths in Planar Graphs, With Applications." *SIAM Journal on Computing* 16 (6, 1987): 1004-1022.
- Freksa, C.: "Qualitative Spatial Reasoning." In *Cognitive and Linguistic Aspects of Geographic Space*, ed. Mark, D. M. and A. U. Frank. 361-372. 63. Kluwer Academic Press, 1991.

- Freksa, C. and C. Habel, ed.: *Repräsentation und Verarbeitung räumlichen Wissens*. Informatik-Fachberichte 245. Springer-Verlag, 1990.
- Gibbons, A.: *Algorithmic Graph Theory*. Cambridge University Press, 1985.
- Gill, A.: *Applied Algebra for the Computer Sciences*. Series in Automatic Computation, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1976.
- Golledge, R. G.: "Do People Understand Spatial Concepts: The Case of First-Order Primitives." In *Theories and Methods of Spatio-Temporal Reasoning in Geographic Space*, ed. Frank, A. U., I. Campari, and U. Formentini. 1-21. Heidelberg-Berlin: Springer Verlag, 1992.
- Gopal, S.: "A Computational Model of Spatial Navigation." Unpublished Dissertation, University of California, Santa Barbara, 1988.
- Gopal, S., R. L. Klatzky, and T. R. Smith: "NAVIGATOR: A Psychologically Based Model of Environmental Learning Through Navigation." *Journal of Environmental Psychology* (9, 1989): 309 - 331.
- Gopal, S. and T. R. Smith: "Human Wayfinding in an Urban Environment: a Performance Analysis of a Computational Process Model." *Environment and Planning A* 22 (1990): 169 - 191.
- Gotts, N. M.: *Human Wayfinding in Path-Networks: A Survey of Possible Strategies*. ITS - Institute for Transport Studies, The University of Leeds, UK, 1992. Working Paper 364.
- Güting, R. H.: "Extending a Spatial Database System by Graphs and Object Class Hierarchies." Proceedings of the *International Workshop on Database Management Systems for Geographical Applications, 16.-17.05.1991 in Capri, Italy*, ESPRIT B.R.A. Working Group n.3191: "Basic GOODS: Basic Research Actions for Geographical Object-Oriented Database Systems", 103-124, 1991.
- Hirtle, S. C. and P. B. Heidorn: "The Structure of Cognitive Maps: Representations and Processes." In *Behavior and Environment: Psychological and Geographical Approaches*, ed. Gärling, T. and R. G. Golledge. 1-29, Chapter 7. 1992.
- Hirtle, S. C. and J. Hudson: "Acquisition of Spatial Knowledge for Routes." *Journal of Environmental Psychology* (11, 1991): 335-345.
- Hirtle, S. C. and J. Jonides: "Evidence of Hierarchies in Cognitive Maps." *Memory & Cognition* 13 (3, 1985): 208-217.
- Johnson, D. B.: "Efficient Algorithms for Shortest Paths in Sparse Networks." *Journal of the Association for Computing Machinery* 24 (1, 1977): 1-13.
- Knuth, D. E.: *The Art of Computer Programming*. Vol. 1. Reading MA: Addison-Wesley, 1973.
- Kuipers, B.: "Modeling Spatial Knowledge." *Cognitive Science* 2 (2, 1978): 129-154.
- Kuipers, B.: "The Cognitive Map: Could it have been any other way?" In *Spatial Orientation: Theory, Research and Application*, ed. Pick, H. L. and L. P. Acredolo. 345-359. New York, NY: Plenum Press, 1983.
- Kuipers, B.: "Spatial Reasoning." Tutorial materials, 1992.
- Kuipers, B. and T. S. Levitt: "Navigation and Mapping in Large-Scale Space." *AI Magazine* 9 (2, 1988): 25 - 43.
- Kuipers, B. et al. : "The Semantic Hierarchy in Robot Learning." In *Robot Learning (to appear)*, ed. Connell, J. and S. Mahadevan. Kluwer Academic, 1993.
- Kuipers, B. J. and Y.-T. Byun: "A robot exploration and mapping strategy based on a semantic hierarchy of spatial representations." *Robotics and Autonomous Systems* 8 (8, 1991): 17.
- Lapalme, G. et al. : "GeoRoute." *Communications of the ACM* 35 (1, 1992): 80-88.
- Maass, W.: "A Cognitive Model for the Process of Multimodal Incremental Route Description." In *Spatial Information Theory: Theoretical Basis for GIS*, ed. Frank, A. U. and I. Campari. 1-13. 716. Heidelberg-Berlin: Springer Verlag, 1993.
- Mark, M. D. and A. U. Frank, ed.: *Cognitive and Linguistic Aspects of Geographic Space*. Vol. 63. Series D: Behavioural and Social Sciences. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.
- McNamara, T. P., James K. Hardy, and S. C. Hirtle: "Subjective Hierarchies in Spatial Memory." *Journal of Environmental Psychology: Learning, Memory, and Cognition* 15 (2, 1989): 211-227.
- Palmer, E. S.: "Hierarchical Structure in Perceptual Representation." *Cognitive Psychology* (9, 1977): 441-474.
- Perl, J.: *Graphentheorie: Grundlagen und Anwendungen*. Wiesbaden: Akademische Verlagsgesellschaft, 1981.
- Samet, H.: "The Quadtree and Related Hierarchical Data Structures." *ACM Computing Surveys* 16 (2, 1984): 187-260.
- Sedgewick, R.: *Algorithms*. Addison-Wesley Series in Computer Science, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1983.
- Smyth, S.: "A Representational Framework for Route Planning in Space and Time." Proceedings of the *5th International Symposium on Spatial Data Handling in Charleston, South Carolina, USA*, 692-701, 1993.

- Stevens, A. and P. Coupe: "Distortions in Judged Spatial Relations." *Cognitive Psychology* (10, 1978): 422-437.
- Stücklberger, A. and M. Wieser: "GIS und "Multilevel" - Routensuche." Proceedings of the *Grazer Geoinformatiktag '93 in Graz, Austria*, ed. Bartelme, N., 49-55, 1993.
- Timpf, S.: "Conceptual Modelling of Highway Navigation." Master Thesis, University of Maine, USA, 1992.
- Timpf, S. *et al.* : "A Conceptual Model of Wayfinding Using Multiple Levels of Abstraction." Proceedings of the *GIS - from Space to Theory: Theories and Methods of Spatio-Temporal Reasoning in Pisa, Italy*, ed. Frank, A. U., I. Campari, and U. Formentini, Springer Verlag, 348-367, 1992.
- Wieser, M.: "Graphentheoretische Aspekte der Routenoptimierung." Proceedings of the *Angewandte Geoinformationstechnologie AGIT in Salzburg*, 8, 1992.
- Wirth, N.: *Algorithms + Data Structures = Programs*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.: LB-Bibliothek, 1976.

SALZBURGER GEOGRAPHISCHE MATERIALIEN

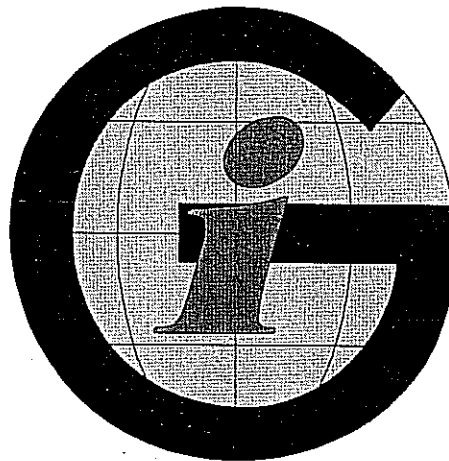
HEFT 21

F. Dollinger und J. Strobl (Hrsg.)

ANGEWANDTE GEOGRAPHISCHE
INFORMATIONSVERRARBEITUNG VI

Beiträge zum GIS-Symposium

6. - 8. Juli 1994



INSTITUT FÜR GEOGRAPHIE
DER UNIVERSITÄT SALZBURG
SALZBURG 1994